2025年度 一般選抜入試A日程 全学部統一
学部学科特色型・英語外部試験利用型（2月4日）

# 数学①

## ◀数学Ⅰ，A▶

**1** 解答 **(1)アイ．** $-2$ **ウ．** $4$ **エ．** $3$

**(2)オカ．** $-5$ **キ．** $3$

**(3)ク．** $2$ **ケ．** $6$

**(4) i ）コ．** $2$ **サ．** $4$ **ii ）シ．** $1$ **ス．** $5$ **iii ）セ．** $1$ **ソ．** $2$

**(5)タ．** $8$ **チ．** $9$

**(6) i ）ツテ．** $2c$ **ii ）ト．** $0$ **ナ．** $2$ **iii ）ニヌ．** $-3$ **ネ．** $5$

**iv ）ノハ．** $-1$ **ヒ．** $1$ **フ．** $1$ **へ．** $2$

### 解説

**《小問6問》**

**(1)** $3x^2+2x-8=0$

$(3x-4)(x+2)=0$

$x=-2,\ \dfrac{4}{3}$ →ア～エ

**(2)** $x^2-7=|2x-8|$ ……①

(i) $2x-8\geqq 0$ つまり $x\geqq 4$ のとき

①より $x^2-7=2x-8$

$x^2-2x+1=0$ $(x-1)^2=0$

$x=1$

これは $x\geqq 4$ を満たさないので，不適。

(ii) $2x-8<0$ つまり $x<4$ のとき

①より $x^2-7=-(2x-8)$

$x^2+2x-15=0$ $(x-3)(x+5)=0$

$x=-5,\ 3$

これらは $x<4$ を満たすので，適する。

(i)，(ii)より $x=-5,\ 3$ →オ～キ

**(3)** $x^2+bx+a^2+ab+4b-6=0$ の判別式を $D_1$ とする。

条件を満たすためには，すべての $a$ の値に対して $D_1<0$ となればよい。ここで

$$D_1<0 \iff b^2-4(a^2+ab+4b-6)<0$$
$$\iff 4a^2+4ba-b^2+16b-24>0 \quad \cdots\cdots①$$

であるから，すべての実数 $a$ に対して①が成立するような $b$ の値の範囲を求めればよい。$a$ の2次方程式 $4a^2+4ba-b^2+16b-24=0$ の判別式を $D_2$ とすると

$$\frac{D_2}{4}<0 \iff (2b)^2-4(-b^2+16b-24)<0$$
$$\iff b^2-8b+12<0$$
$$\iff (b-2)(b-6)<0$$
$$\iff 2<b<6 \quad \text{→ク，ケ}$$

**(4)** $x^2+2(2m-1)x+3m^2+3m-9=0$ ……①

$mx^2-2(m+2)x+9=0$ ……②

①，②の判別式を順に $D_1$，$D_2$ とする。

**i)** $\dfrac{D_1}{4}<0$ かつ $\dfrac{D_2}{4}<0$ であればよい。

$\dfrac{D_1}{4}<0$ より $(2m-1)^2-1\cdot(3m^2+3m-9)<0$

$m^2-7m+10<0$ $(m-2)(m-5)<0$

$2<m<5$ ……③

$\dfrac{D_2}{4}<0$ より $\{-(m+2)\}^2-m\cdot 9<0$

$m^2-5m+4<0$ $(m-1)(m-4)<0$

$1<m<4$ ……④

③，④の共通範囲を求めて $2<m<4$ →コ，サ

ⅱ）　$\dfrac{D_1}{4}<0$ または $\dfrac{D_2}{4}<0$ であればよいので

$2<m<5$　または　$1<m<4$

よって　　$1<m<5$　→シ，ス

ⅲ）　$\dfrac{D_1}{4}\geqq 0$ かつ $\dfrac{D_2}{4}<0$ であればよいので

$m\leqq 2$，$5\leqq m$　かつ　$1<m<4$

よって　　$1<m\leqq 2$　→セ，ソ

⑸　$y=x^2+px+q$ のグラフを $x$ 軸方向に 4 だけ平行移動して得られる放物線の方程式は

$y=(x-4)^2+p(x-4)+q$

$=x^2+(p-8)x-4p+q+16$

頂点が $y$ 軸上にあるとき　　$p-8=0$

$p=8$　→タ

$y=x^2+8x+q$ のグラフを $y$ 軸方向に 7 だけ平行移動して得られる放物線の方程式は

$y=x^2+8x+q+7$

$=(x+4)^2+q-9$

$x$ 軸と接するとき　　$q-9=0$

$q=9$　→チ

⑹　　$y=(x-2c)^2-c^2+2c-1$

ⅰ）　$x=2c$　→ツテ

ⅱ）　$x=2c$ のとき，最小値 $-c^2+2c-1$ をとるので

$-c^2+2c-1>-1$　　$c(c-2)<0$

$0<c<2$　→ト，ナ

ⅲ）　$y=0$ とすると

$x^2-4cx+3c^2+2c-1=0$

$x^2-4cx+(3c-1)(c+1)=0$

$(x-3c+1)(x-c-1)=0$

$x=3c-1$，$c+1$

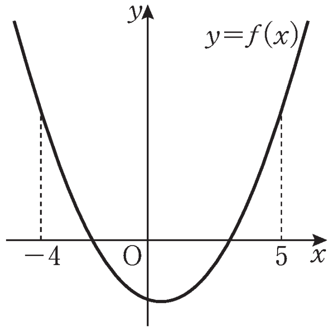
よって

$|(3c-1)-(c+1)|=8 \qquad |2c-2|=8$

$2c-2=\pm 8$

$c=-3,\ 5$ →ニ～ネ

**iv)** $f(x)=x^2-4cx+3c^2+2c-1$ とおく。




条件を満たすためには

$$\begin{cases} -c^2+2c-1<0 & \cdots\cdots ① \\ -4<2c<5 & \cdots\cdots ② \\ f(-4)>0 & \cdots\cdots ③ \\ f(5)>0 & \cdots\cdots ④ \end{cases}$$

①より　$(c-1)^2>0$

よって，1 以外のすべての実数　……⑤

②より　$-2<c<\dfrac{5}{2}$　……⑥

③より　$(-4)^2-4c\cdot(-4)+3c^2+2c-1>0$

$c^2+6c+5>0 \qquad (c+1)(c+5)>0$

$c<-5,\ -1<c$　……⑦

④より　$5^2-4c\cdot 5+3c^2+2c-1>0$

$c^2-6c+8>0 \qquad (c-2)(c-4)>0$

$c<2,\ 4<c$　……⑧

⑤～⑧の共通部分を求めると

$-1<c<1,\ 1<c<2$ →ノ～ヘ

## 2 解答

**(1)ア．** 7　**イ．** 4

**(2)ウエオ．** 132　**カ．** 5　**キ．** 4　**クケ．** 11

**(3)コ．** 2　**サ．** 5　**シ．** 6　**スセ．** 11　**ソ．** 6

**(4)タチ．** −1　**ツ．** 2　**テ．** −　**トナ．** 15　**ニヌ．** 10

**(5)ネノ．** 41　**ハヒ．** 24

## 解説

**《平均，分散，相関係数》**

**(1)**　$\overline{x}=\dfrac{1}{12}(7+5+6+6+7+6+7+11+7+7+8+7)$

$=7$ →ア

$$\overline{y}=\frac{1}{12}(3+4+5+6+3+3+5+3+4+4+4+4)$$

$$=4 \quad \to イ$$

(2) $z$ の年間合計値は

$$12\overline{x}+12\overline{y}=12\cdot 11=132 \quad \to ウ〜オ$$

$z$ の範囲は　　$14-9=5$　→カ

$z$ の年間合計値に占める $y$ の年間合計値の割合は

$$\frac{12\overline{y}}{132}=\frac{4}{11} \quad \to キ〜ケ$$

(3) $x$，$y$，$z$ の分散を順に $S_x{}^2$，$S_y{}^2$，$S_z{}^2$ とする。

$$S_x{}^2=\frac{1}{12}\{(7-7)^2+(5-7)^2+(6-7)^2+(6-7)^2+(7-7)^2+(6-7)^2$$
$$+(7-7)^2+(11-7)^2+(7-7)^2+(7-7)^2+(8-7)^2+(7-7)^2\}$$
$$=\frac{1}{12}(4+1+1+1+16+1)$$
$$=2 \quad \to コ$$

$$S_y{}^2=\frac{1}{12}\{(3-4)^2+(4-4)^2+(5-4)^2+(6-4)^2+(3-4)^2+(3-4)^2$$
$$+(5-4)^2+(3-4)^2+(4-4)^2+(4-4)^2+(4-4)^2+(4-4)^2\}$$
$$=\frac{1}{12}(1+1+4+1+1+1+1)$$
$$=\frac{5}{6} \quad \to サ，シ$$

また，$\overline{z}=\frac{132}{12}=11$ より

$$S_z{}^2=\frac{1}{12}\{(10-11)^2+(9-11)^2+(11-11)^2+(12-11)^2+(10-11)^2$$
$$+(9-11)^2+(12-11)^2+(14-11)^2+(11-11)^2+(11-11)^2$$
$$+(12-11)^2+(11-11)^2\}$$
$$=\frac{1}{12}(1+4+1+1+4+1+9+1)$$
$$=\frac{11}{6} \quad \to ス〜ソ$$

(4) $x$, $y$ の共分散を $S_{xy}$ とする。

$$S_{xy}=\frac{1}{12}\{(7-7)(3-4)+(5-7)(4-4)+(6-7)(5-4)$$
$$+(6-7)(6-4)+(7-7)(3-4)+(6-7)(3-4)$$
$$+(7-7)(5-4)+(11-7)(3-4)+(7-7)(4-4)$$
$$+(7-7)(4-4)+(8-7)(4-4)+(7-7)(4-4)\}$$

$$=\frac{1}{12}(-1-2+1-4)$$

$$=-\frac{1}{2} \quad \rightarrow タ〜ツ$$

よって，相関係数は

$$\frac{-\frac{1}{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{\frac{5}{6}}}=-\frac{\sqrt{15}}{10} \quad \rightarrow テ〜ヌ$$

(5) この場合の $z$ の平均，分散を順に $\overline{z'}$，$S_z'^2$ とする。

$$\overline{z'}=\frac{1}{12}\{132+(3+4+5)\cdot 0.5\}=11.5$$

よって

$$S_z'^2=\frac{1}{12}\{(11.5-11.5)^2+(11-11.5)^2+(13.5-11.5)^2$$
$$+(12-11.5)^2+(10-11.5)^2+(9-11.5)^2+(12-11.5)^2$$
$$+(14-11.5)^2+(11-11.5)^2+(11-11.5)^2+(12-11.5)^2$$
$$+(11-11.5)^2\}$$

$$=\frac{1}{12}\left(\frac{1}{4}+4+\frac{1}{4}+\frac{9}{4}+\frac{25}{4}+\frac{1}{4}+\frac{25}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right)$$

$$=\frac{41}{24} \quad \rightarrow ネ〜ヒ$$

## 3 解答

**(1) i）アイ．** 13　**ウ．** 1　**エオ．** 17　**カ．** 2
**キク．** 13　**ケ．** 2
**ii）コサ．** 30　**iii）シス．** −2　**セ．** 2　**ソ．** 7
**(2) タチ．** 72　**ツテト．** 108　**ナ．** 5　**ニ．** 1　**ヌネ．** 10　**ノ．** 2　**ハ．** 5
**ヒ．** 2　**フ．** 5　**ヘ．** 4

## 解説

**《小問 2 問》**

(1) **i )**　△ABC において，余弦定理により

$$AC^2=(3\sqrt{2})^2+5^2-2\cdot3\sqrt{2}\cdot5\cdot\cos45^\circ=13$$

AC＞0 より　　$AC=\sqrt{13}$　→アイ

四角形 ABCD は円に内接するので

$$\angle ADC=180^\circ-45^\circ=135^\circ$$

AD＝$x$ とおくと，△ACD において余弦定理により

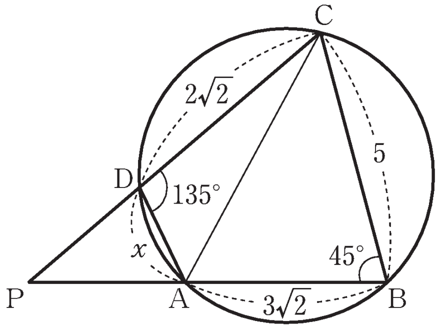
$$(\sqrt{13})^2=(2\sqrt{2})^2+x^2-2\cdot2\sqrt{2}\cdot x\cdot\cos135^\circ$$

移項して整理すると

$$x^2+4x-5=0$$

$$(x-1)(x+5)=0$$

$$x=-5,\ 1$$




$x>0$ より　　$x=1$

よって　　AD＝1　→ウ

$$(\text{四角形 ABCD の面積})$$

$$=\triangle ABC+\triangle ACD$$

$$=\frac{1}{2}\cdot3\sqrt{2}\cdot5\cdot\sin45^\circ+\frac{1}{2}\cdot1\cdot2\sqrt{2}\cdot\sin135^\circ$$

$$=\frac{17}{2}$$　→エ〜カ

円 O の半径を $R$ とすると，△ABC において正弦定理により

$$\frac{\sqrt{13}}{\sin45^\circ}=2R\qquad R=\frac{\sqrt{26}}{2}$$

よって

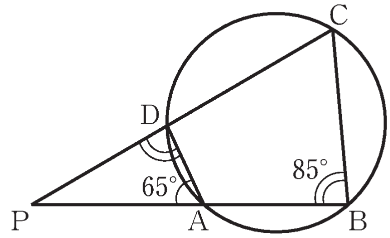
$$(\text{円 O の面積})=\pi\cdot\left(\frac{\sqrt{26}}{2}\right)^2$$

$$=\frac{13}{2}\pi$$　→キ〜ケ

**ii )**　四角形 ABCD は円に内接するので

$$\angle PDA=\angle ABC=85^\circ$$

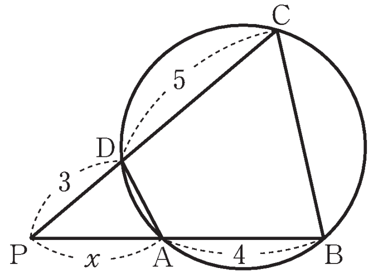
よって



$\angle APD = 180^\circ - (65^\circ + 85^\circ)$

$= 30^\circ$　→コサ

**iii)**　AP$=x$ とおくと，方べきの定理により




$x(x+4) = 3 \cdot (3+5)$

$x^2 + 4x - 24 = 0$

$x = -2 \pm \sqrt{2^2 - 1 \cdot (-24)}$

$= -2 \pm 2\sqrt{7}$

$x > 0$ より　　$x = -2 + 2\sqrt{7}$

よって　　AP$= -2 + 2\sqrt{7}$　→シ～ソ

**(2)**　接弦定理により　　$\angle PTB = \angle BAT = 18^\circ$

$\angle OTP = 90^\circ$ であるから

$\angle OTB = 90^\circ - 18^\circ = 72^\circ$　→タチ

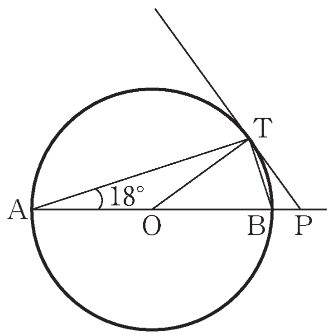
また，AB は円の直径であるから　　$\angle BTA = 90^\circ$

よって

$\angle TBP = \angle BTA + \angle BAT$

$= 90^\circ + 18^\circ = 108^\circ$　→ツ～ト

$\angle BTA = 90^\circ$ であるから，三角比の定義により

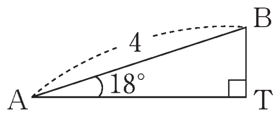



$TB = AB \sin 18^\circ$

$= 4 \cdot \dfrac{\sqrt{5} - 1}{4}$

$= \sqrt{5} - 1$　→ナ，ニ

三平方の定理により




$AT^2 = AB^2 - TB^2$

$= 16 - (\sqrt{5} - 1)^2$

$= 10 + 2\sqrt{5}$　→ヌ～ハ

TB と同様にして

$OT = OP \cos 36^\circ$

$OP = \dfrac{8}{\sqrt{5} + 1}$

$= \dfrac{8(\sqrt{5} - 1)}{(\sqrt{5} + 1)(\sqrt{5} - 1)}$

$=2(\sqrt{5}-1)$

よって

$$
\begin{aligned}
\mathrm{PB} &= \mathrm{OP}-\mathrm{OB} \\
&= 2(\sqrt{5}-1)-2 \\
&= 2\sqrt{5}-4 \quad \to \text{ヒ〜ヘ}
\end{aligned}
$$