物 理

1 解答

問1． カ **問2．** イ **問3．** ア **問4．** キ
問5． オ

解説

《放物運動，運動量と力積，電場と電位，波の性質，熱とエネルギー》

問1． Pを原点として，水平右向きを正に x 軸，鉛直上向きを正に y 軸をとると，時間 t 経過後の小球の位置（x，y）は

$$x=v_0\cdot\cos 60°\cdot t=\frac{1}{2}v_0t$$

$$y=v_0\cdot\sin 60°\cdot t-\frac{1}{2}gt^2=\frac{\sqrt{3}}{2}v_0t-\frac{1}{2}gt^2$$

となる。2式から t を消去すると，小球の軌道は

$$y=-\frac{2g}{{v_0}^2}x^2+\sqrt{3}x$$

と表される。また，斜面の式は

$$y=-\tan 30°\cdot x=-\frac{1}{\sqrt{3}}x$$

小球が斜面と触れるとき，小球の軌道と斜面の座標は等しくなるので，点Qの x 座標は

$$-\frac{2g}{{v_0}^2}x^2+\sqrt{3}x=-\frac{1}{\sqrt{3}}x$$

を満たす。

これを解くと，$x=0$，$\dfrac{2\sqrt{3}{v_0}^2}{3g}$ となるが，$x=0$ は点Pのときなので，

$x=\dfrac{2\sqrt{3}{v_0}^2}{3g}$ が点Qの x 座標になる。

小球が点Qに達するまでの時間 t_0 は，$\dfrac{1}{2}v_0t_0=\dfrac{2\sqrt{3}\,{v_0}^2}{3g}$ より

$$t_0=\frac{4\sqrt{3}\,v_0}{3g}$$

問２． 荷電粒子の入射方向を正に x 軸をとり，それと直交しＢに向かう方向を正に y 軸をとると，荷電粒子の運動量の変化は，$(mv_0,\ 0)$ から

$$(mv_0\cos 60°,\ mv_0\sin 60°)=\left(\frac{1}{2}mv_0,\ \frac{\sqrt{3}}{2}mv_0\right)$$

と表される。点電荷から受けた力積の x 成分を I_x，y 成分を I_y とすると，運動量と力積の関係から

$$I_x=\frac{1}{2}mv_0-mv_0=-\frac{1}{2}mv_0$$

$$I_y=\frac{\sqrt{3}}{2}mv_0-0=\frac{\sqrt{3}}{2}mv_0$$

よって，荷電粒子は点電荷から反発力を受けているため，点電荷は正に帯電していることがわかる。また，力積の大きさ I は

$$I=\sqrt{{I_x}^2+{I_y}^2}=mv_0$$

問３． 負の点電荷，正の点電荷から r 離れた点の電場の大きさ E_{P}，E_{Q} および電位 V_{P}，V_{Q} は，それぞれ

$$E_{\mathrm{P}}=k\frac{q}{r^2}\quad（\mathrm{P}に引き込む向き）$$

$$E_{\mathrm{Q}}=k\frac{q}{r^2}\quad（\mathrm{Q}から流れ出る向き）$$

$$V_{\mathrm{P}}=-k\frac{q}{r},\quad V_{\mathrm{Q}}=k\frac{q}{r}$$

となる。今回，y 軸上の点はどこも両電荷と等距離であるため，電位はゼロになる。また，原点Ｏにおける電場の大きさ E_0 は，電場の向きを考慮して

$$E_0=k\frac{q}{a^2}+k\frac{q}{a^2}=\frac{2kq}{a^2}\quad（x\,軸負の向き）$$

問４． 点Ｅに着目すると，$t=T$ では疎，$t=\dfrac{3}{2}T$ では密（疎と逆位相）になっているので，この振動の周期は

$$\left(\frac{3}{2}T-T\right)\times 2=T$$

また，図より $t=\dfrac{5}{4}T$ において最も密度が低い（＝疎である）点はGである。

② 解答 問1．エ　問2．オ　問3．エ　問4．ウ　問5．カ

解説

《仕事とエネルギー，運動量と力積，円運動》

問1． 台はなめらかで，かつ固定されているので，小球のもつ力学的エネルギーは保存される。

よって，力学的エネルギー保存則より

$$mgr=\frac{1}{2}mv_0{}^2$$

よって　　$v_0=\sqrt{2gr}$

問2． 小球が点Bを通過する直前では，小球の運動は点Oを中心とした円運動とみなせるので，小球には点Oに向けて，加速度 $\dfrac{v_0{}^2}{r}=2g$ が生じている。

よって，円筒面が小球に及ぼす垂直抗力の大きさを N とすると，運動方程式

$$ma=m\frac{v_0{}^2}{r}=m\cdot(2g)=N-mg$$

が成り立つ。よって　　$N=3mg$

〔注〕 遠心力 $m\dfrac{v_0{}^2}{r}$ を用いた力のつり合いで考えてもよい。

問3． 小球と台の系において，水平方向に外力ははたらかないため，運動量が保存する。

よって　　$m\cdot(2v_0)=mv_1+3mv_1$

が成り立つ。これを解いて　　$v_1=\dfrac{1}{2}v_0$

問4． 力学的エネルギー保存の式

$$\frac{1}{2}m\cdot(2v_0)^2=\frac{1}{2}m\cdot\left(\sqrt{v_1{}^2+v_2{}^2}\right)^2+\frac{1}{2}\cdot(3m)v_1{}^2+mgr$$

が成り立つので，$v_0=\sqrt{2gr}$，$v_1=\dfrac{1}{2}v_0$ より

$$v_2=\sqrt{3v_0{}^2-2gr}$$

問5． 小球が点Aに達する直前について，台の加速度の大きさを A，円筒面が小球に及ぼす垂直抗力の大きさを N' として，台の運動方程式を立てると

$$3mA=N'$$

$$\therefore\quad A=\frac{N'}{3m}$$

小球の運動を台から見ると相対速度の水平成分の大きさは $v_1-v_1=0$，鉛直成分の大きさは $v_2-0=v_2$ となり，鉛直上向きに速さ v_2 の円運動をしているとみなせる。

慣性力を考慮して小球の運動方程式を立てると

$$m\frac{v_2{}^2}{r}=N'+mA$$

これを解いて　　$N'=3mg$

3 解答

問1． オ　**問2．** ア　**問3．** ウ　**問4．** カ
問5． イ

解説

《電流が磁場から受ける力，電磁誘導の法則》

コイルが x 軸と平行に運動するとき，辺 dc および辺 ab のみが磁場を垂直に横切るため，誘導起電力が生じる。

問1． $0\leqq t\leqq\dfrac{l}{v}$ において，辺 ab は常に領域Ｉ内で運動している。微小時間 Δt の間に辺 ab が横切る磁束 $\Delta\Phi$ は $\Delta\Phi=B\cdot lv\Delta t$ であるので，ファラデーの法則より，生じる誘導起電力の大きさ $|V_{ab}|$ は

$$|V_{ab}|=\left|-\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|=\frac{Blv\Delta t}{\Delta t}=vBl$$

となり，その向きはレンツの法則より，b→a とわかる。

問2． コイル全体の抵抗 $R=r\cdot 4l$ であるので，流れる電流は大きさ

$$I_1=\frac{|V_{ab}|}{R}=\frac{vB}{4r}$$

であり，向きはa→d→c→b→aとなるのでマイナスである。

問3． コイルのうち，領域Ⅰに入っているコイルの辺に電磁力が生じる。しかし，辺daおよび辺cbに生じる電磁力は互いに打ち消し合うので，コイル全体には辺abにのみ，フレミングの左手の法則にしたがいx軸負の向きの電磁力が生じていることがわかる。その大きさF_{ab}は

$$F_{ab}=BI_1l=\frac{vB^2l}{4r}$$

であるので，加える外力の大きさも同じである。

問4． $\frac{l}{v}\leqq t\leqq\frac{3l}{2v}$において，磁場を横切る辺はdcのみであり，生じる誘導起電力の大きさはV_{ab}と同じで，生じる向きはc→dであるので，電流はプラスとなる。

$\frac{3l}{2v}\leqq t\leqq\frac{2l}{v}$においては，辺abにもa→bの向きに大きさが$V_{ab}$と同じ誘導起電力$V_{ab}'$が生じるので，電流はプラスの向きに2倍になる。

$\frac{2l}{v}\leqq t\leqq\frac{5l}{2v}$においては，辺abも辺dcも磁場を横切っていないので，コイルに誘導起電力は生じず，電流はゼロになる。

$\frac{5l}{2v}\leqq t\leqq\frac{3l}{v}$においては，辺dcに大きさが$V_{ab}$と同じでd→cの向きに誘導起電力が生じるので，電流はマイナスになる。

問5． 各時間ごとの消費電力$I^2R\Delta t$を足し合わせればよいので，コイルで発生した総ジュール熱Q_{all}は

$$\begin{aligned}Q_{all}&=(-I_1)^2\cdot R\cdot\frac{l}{v}+I_1{}^2\cdot R\cdot\frac{l}{2v}+(2I_1)^2\cdot R\cdot\frac{l}{2v}+0+(-I_1)^2\cdot R\cdot\frac{l}{2v}\\&=\frac{vB^2l^2}{r}\end{aligned}$$

4 解答

問1． エ　**問2．** カ　**問3．** ウ　**問4．** オ
問5． オ

解説

《斜めドップラー効果》

　ドローンが発する音の振動数をf_0とすると，点Pに向かうドローンの速度成分は$v\cos\theta$なので，点Pで観測できる音波の振動数fは，$f=\dfrac{V}{V-v\cos\theta}f_0$となる。

問1． ドローンが点O $\left(\theta=\dfrac{\pi}{2}\right)$ にいるときに発した音には，ドップラー効果の影響は生じないので，答えはf_0となる。

問2． 点Pで観測する波長λは

$$\lambda=\frac{V}{f}=\frac{V-v\cos\theta}{f_0}$$

x軸負の向きに伝わる音波は図1より$\theta=\pi$だから

$$\lambda_1=\frac{V+v}{f_0}$$

正の向きに伝わる音波は$\theta=0$だから

$$\lambda_2=\frac{V-v}{f_0}$$

これより　$\dfrac{\lambda_1}{\lambda_2}=\dfrac{V+v}{V-v}$

問3． $\theta=\dfrac{\pi}{3}$のときに発せられた音波の観測結果が$\dfrac{10}{9}f_0$となるので

$$\frac{10}{9}f_0=\frac{V}{V-v\cos\dfrac{\pi}{3}}f_0$$

が成り立つ。これを解いて　$v=\dfrac{1}{5}V$

問4． $\theta=\dfrac{\pi}{3}$となる位置をCとすると，Cで発した音が点Pに到達するのは，$\dfrac{\mathrm{CP}}{V}=\dfrac{h}{V\sin\dfrac{\pi}{3}}=\dfrac{2h}{\sqrt{3}V}$後であり，ドローンがCからOまで移動するのにかかる時間は

$$\frac{\mathrm{CO}}{v}=\frac{h}{v\tan\frac{\pi}{3}}=\frac{h}{\sqrt{3}\,v}=\frac{5h}{\sqrt{3}\,V}$$

また，Oで発した音がPに到達するのは $\dfrac{h}{V}$ 後なので，求める時間は

$$\left(\frac{5h}{\sqrt{3}\,V}+\frac{h}{V}\right)-\frac{2h}{\sqrt{3}\,V}=(\sqrt{3}+1)\frac{h}{V}$$

問5． $$f_{\max}=\frac{V}{V-v\cos\frac{\pi}{6}}f_0=\frac{10}{10-\sqrt{3}}f_0$$

$$f_{\min}=\frac{V}{V-v\cos\frac{5\pi}{6}}f_0=\frac{10}{10+\sqrt{3}}f_0$$

よって，うなりの回数は

$$f_{\max}-f_{\min}=\frac{20\sqrt{3}}{97}f_0$$