

2月2日(日)

令和7年度 A日程入学試験問題

選 択 科 目 ②

(公 民 ・ 数 学 ① ・ 数 学 ②)

— 注意事項 —

- 1 問題ページは以下のとおり。解答用紙はいずれの科目も1枚である。

公民	1 ～ 18 ページ	数学①	20 ～ 27 ページ
数学②	28 ～ 36 ページ		

- 2 選択した科目は、解答用紙の科目名欄へ指示にしたがって記入し、選択欄を必ずマークすること。

※数学を選択する場合は、文学部、神道文化学部、法学部は「数学①」を、人間開発学部は「数学①」または「数学②」を、経済学部、観光まちづくり学部は「数学②」を解答すること。

- 3 解答は、解答用紙の解答マーク欄へ問題の指示にしたがってマークすること。
解答用紙は科目共通であるから、科目によってはマークしなくてもよい解答マーク欄がある。

なお、数学は解答用紙裏面の「B面」に解答すること。

- 4 裏表紙に数学の解答上の注意が記載してあるので、この問題冊子を裏返して読んでおくこと。
- 5 試験時間は 60 分である。

数 学 ②

1 この問題は、1 の解答欄 **ア** ～ **ヌ** に解答すること。(34点)

次の問いに答えなさい。

(1) 2 次関数 $y = -x^2 + 4x + c$ ($-2 \leq x \leq 4$) の最小値が 2 となるような定数 c の値は **アイ** であり、そのとき y の最大値は **ウエ** である。

(2) 関数 $y = -x^2 + 4|x-1| + c$ ($-2 \leq x \leq 4$) の最小値が 2 となるような定数 c の値は **オ** であり、そのとき y の最大値は **カキ** である。

また、この関数のグラフが x 軸と 3 つの異なる共有点をもつとき、定数 c の範囲は、**ク** $< c <$ **ケ** である。

- (3) あるホテルには同じタイプの客室が20室ある。1室を1人で宿泊した場合には室料3万円、2人で宿泊した場合には室料4万円で、年間を通じて同じ価格で提供している。なお、室料にかかる税金やサービス料については考慮しない。

ある週の月曜日の宿泊客数が31人であったとする。このとき、室料の売上高のとり最小値は 万円であり、このとき1人で宿泊した客室数は 室、2人で宿泊した客室数は 室である。また、売上高のとり最大値は 万円であり、このとき1人で宿泊した客室数は 室、2人で宿泊した客室数は 室である。

同じ週の火曜日の宿泊客数は33人だったが、売上高は前日より減少したとする。このとき、月曜日の売上高がとりうる値の最小値は、 万円であり、1人で宿泊した客室数は 室となり、利用されなかった客室数は 室である。

2 この問題は、**2** の解答欄 **ア** ～ **ホ** に解答すること。(33点)

次の問いに答えなさい。

(1) 曲線 $C: y = f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 8x$ について、 $f(x)$ の導関数を求めると、

$$f'(x) = \boxed{\text{ア}} x^2 - \boxed{\text{イ}} x - \boxed{\text{ウ}}$$

となる。

曲線 C 上の点 $A(3, f(3))$ における接線 l_1 の式は、

$$y = \boxed{\text{エオ}} x - \boxed{\text{カ}}$$

である。この接線 l_1 と平行となる C 上の点 B の接線 l_2 について考えると、この点

B の x の値は $\boxed{\text{キク}}$ 、 y の値は $\frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ となる。

次に、 $y = f(x)$ と 2 点で交わる曲線 $C': y = g(x) = a$ を考える。このとき、 a

の値は $\frac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ 、または $\frac{\boxed{\text{ソタチ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ となる。

- (2) 3次関数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ は2つの極値が存在し、その極大値と極小値の合計が $2c$ であるとする (a, b, c は実数とする)。

$f(x)$ の導関数 $f'(x)$ は、

$$f'(x) = \boxed{\text{テ}} x^2 + \boxed{\text{ト}} ax + \boxed{\text{ナ}} b$$

となる。 $f(x)$ が2つの極値を持つためには、導関数 $f'(x)$ の判別式が正でなければならない。したがって、 $a^2 > \boxed{\text{ニ}} b$ が成り立つことになる。

極値においては、 $f'(x) = 0$ が成り立つ。ここで、極大値での x の値を α 、極小値での x の値を β と置くと、

$$\alpha + \beta = \frac{\boxed{\text{ヌネ}}}{\boxed{\text{ノ}}} a \quad \text{および} \quad \alpha\beta = \frac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}} b$$

が成り立つ。

一方、 α と β において $f(\alpha) + f(\beta) = 2c$ であることから、以下の式を得る。

$$\frac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}} a^3 - ab = 0.$$

よって、 $f(x)$ の極大値と極小値の合計が $2c$ であるために a, b が満たさねばならない条件は、

$$b = \frac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}} a^2, \text{ または } a = \boxed{\text{ホ}} \text{ となる。}$$

3 この問題は、**3**の解答欄 **ア** ～ **フ** に解答すること。(33点)

銀行から C 万円を借りるとする。利子率は $F(0 < F < 1)$ で、毎年年末の借入残高に対して 100 円当たり $100 \times F$ 円の利子が発生する。利子の発生後、毎年 D 万円を返済し、最終年は (前年の借入残高) $\times (1 + F)$ をすべて返済する。ただし、最終年の返済額は D 万円以下であり 1 万円未満切り上げた金額とする。

以下の問いでは金額単位 (万円) を省略する。

(1) n 年後の年末の借入残高を A_n とするとき、 1 年後の借入残高 A_1 は

$$A_1 = \boxed{\text{ア}} (1 + \boxed{\text{イ}}) - \boxed{\text{ウ}}$$

である。 2 年後の借入残高 A_2 は

$$\begin{aligned} A_2 &= (\boxed{\text{エ}} + \boxed{\text{オ}}) A_1 - \boxed{\text{ウ}} \\ &= (\boxed{\text{エ}} + \boxed{\text{オ}}) \boxed{\text{カ}} \boxed{\text{キ}} - \boxed{\text{ク}} (\boxed{\text{ケ}} + \boxed{\text{オ}}) \end{aligned}$$

であり、 n 年後の借入残高 A_n は

$$A_n = (\boxed{\text{エ}} + \boxed{\text{オ}}) A_{n-1} - \boxed{\text{ウ}}$$

と表される。この漸化式は、 $\alpha = (\boxed{\text{エ}} + \boxed{\text{オ}}) \alpha - \boxed{\text{ウ}}$ とな

る $\alpha = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ を用いると

$$A_n - \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} = (\boxed{\text{エ}} + \boxed{\text{オ}}) \left(A_{n-1} - \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} \right)$$

と表現することができ、 $B_n = A_n - \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ とおくと、

$$\begin{aligned} B_n &= (\boxed{\text{エ}} + \boxed{\text{オ}}) B_{n-1} = (\boxed{\text{エ}} + \boxed{\text{オ}}) \boxed{\text{シ}} B_1 \\ &= (\boxed{\text{エ}} + \boxed{\text{オ}}) \boxed{\text{シ}} \left(A_1 - \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} \right) \\ &= (\boxed{\text{エ}} + \boxed{\text{オ}}) \boxed{\text{ス}} \left(\boxed{\text{セ}} - \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}} \right) \end{aligned}$$

となり、 A_n を n 、 C 、 F 、 D のみで表すと

$$A_n = (\text{エ} + \text{オ})^{\text{ス}} \times \left(\text{セ} - \frac{\text{ソ}}{\text{タ}} \right) + \frac{\text{コ}}{\text{サ}} \quad \dots \textcircled{1}$$

となる。

$$\text{ここで } (\text{エ} + \text{オ}) > 1 \text{ より、} \left(\text{セ} - \frac{\text{ソ}}{\text{タ}} \right) > 0$$

だと借入残高は毎年返済しても増え続ける。

したがって借入残高を減らして行くには $\text{チ} > \text{セ} \cdot \text{ツ}$ でなければならない。

(2) 1年後の収入 E を当てにして E を (1) の利子率 F で借りると、1年後返済額は $(1 + F)E$ となり、 E を超えてしまう。現時点で $\frac{E}{1 + F}$ を借りると1年後に E と等しくなる。収入 E が n 年後に得られるとき、借りた金額は $(1 + F)^n$ 倍になるので、 E を $(1 + F)^n$ で割った金額を借りると n 年後に E と等しくなる。このように将来の金額を利子率を用いて現在の金額として評価したものを割引現在価値という。この問題を例にとると1年後の返済額 D を (+) で割ると、借りた時点における1年後の返済額の割引現在価値、

$$V_1 = \frac{D}{(\text{エ} + \text{オ})}$$

が得られ、 n 年後の返済額の割引現在価値は、

$$V_n = \frac{D}{(\text{エ} + \text{オ}) \text{ }}$$

である。

1年後から n 年後までの返済額の割引現在価値の和は、

$$\sum_{i=1}^n V_i = \sum_{i=1}^n \frac{1}{(\text{エ} + \text{オ}) \text{ }} D = \frac{(\text{エ} + \text{オ}) \text{ } - \text{ニ}}{(\text{エ} + \text{オ}) \text{ } \text{ }} D \quad \dots \textcircled{2}$$

となる。

(3) n 年後に完済する返済額を求めるには、2 通りの方法があって、(1) の①を使うと、

$$A_n = (\boxed{\text{エ}} + \boxed{\text{オ}}) \boxed{\text{ネ}} C - \frac{(\boxed{\text{エ}} + \boxed{\text{オ}}) \boxed{\text{ナ}} - \boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{オ}}} D = 0$$

となるような D の小数点以下の端数を切り上げた額が求める返済額である。

(2) の②を使うと、返済額の割引現在価値の和 $\sum_{i=1}^n V_i$ と借入額 C が等しくなるような D の小数点以下の端数を切り上げた額が求める返済額である。どちらを使っても、

$$D = \frac{(\boxed{\text{エ}} + \boxed{\text{オ}}) \boxed{\text{ネ}} \boxed{\text{オ}}}{(\boxed{\text{エ}} + \boxed{\text{オ}}) \boxed{\text{ナ}} - \boxed{\text{ノ}}} C$$

の小数点以下の端数を切り上げた額が毎回の返済額である。

(4) ($n =$)40 年返済、利子率($F =$)3 %で ($C =$)4000 万円を借りたとすると、毎
年の返済額 D を 1 万円未満を切り上げて万円単位で求めると ハヒフ 万円とな
る。

ここで、 $(1.03)^{38} = 3.07$, $(1.03)^{39} = 3.17$, $(1.03)^{40} = 3.26$, $(1.03)^{41} = 3.36$
とする。

シ、ス、テ、ト、ナ、ネ の解答群

- | | | | |
|-----------|---------------|-----------|---------------|
| ① $n - 1$ | ② n | ③ $n + 1$ | ④ $(n - 1)^2$ |
| ⑤ n^2 | ⑥ $(n + 1)^2$ | ⑦ $i - 1$ | ⑧ i |
| ⑨ $i + 1$ | Ⓐ $n - i - 1$ | Ⓑ $n - i$ | Ⓒ $n - i + 1$ |

「数学」 解答上の注意

1. 問題文中の空欄

ア

、

イウ

 などには、原則として数字 (0~9)、符号 (－、±)、文字 (a ~ f または A ~ F) のいずれかが入ります。ア、イ、ウ、・・・の1つ1つが、これらのいずれか1つに対応しますので、解答用紙のア、イ、ウ、・・・で示された解答欄にマークして答えなさい。

2. 数と文字の積の形で解答する場合、数を文字の前にして答えなさい。

3. AB または BA のどちらも正解であるような場合は、「解答欄

エ

 に2つマークしなさい」のように指示されます。この場合は1つの解答欄に2つマークしなさい。

例えば、

オ

 に CE または EC と答えたいとき、次のようにマークしなさい。

オ	－	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	●	D	●	F
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

4. 分数形で解答する場合は、それ以上約分できない形の既約分数で答えなさい。また、符号は必ず分子につけなさい (分母につけると誤りになります)。

例えば、

カキ
ク

 に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときには $\frac{-4}{5}$ とし

5. 根号を含む形での解答は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば、

ケ

 $\sqrt{\text{コ}}$ 、 $\sqrt{\frac{\text{サシ}}{\text{ス}}}$ にそれぞれ $6\sqrt{2}$ 、 $\frac{\sqrt{11}}{3}$ と答える場合に、 $3\sqrt{8}$ 、 $\frac{\sqrt{44}}{6}$ のように答えると誤りとなります。

6. 小数の形で解答する場合、指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えなさい。また、必要に応じて、指定された桁まで0をマークしなさい。

例えば、

セ

・

ソ

 に答える値が2.03であったとき、2.0として答えなさい。

7. 問題の文中の二重四角で表記された

タ

 などには、選択肢から一つ選んで、答えなさい。

8. 同一の問題文中に

チツ

、

テ

 などが2度以上現れる場合、原則として、2度目以降は

チツ

、

テ

 のように細字で表記します。