

数 学

1

解答

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & (x^2 + x + 1)(x^2 + 2x - 3)(x^2 - 3x + 9) \\
 &= (x^2 + x + 1)(x - 1)(x + 3)(x^2 - 3x + 9) \\
 &= (x^3 - 1)(x^3 + 27) \\
 &= x^6 + 26x^3 - 27 \quad \dots\dots (\text{答})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{5} - \sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{5} + \sqrt{7}} + \frac{1}{-\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{7}} \\
 &= \frac{2(\sqrt{2} + \sqrt{5})}{(\sqrt{2} + \sqrt{5})^2 - 7} + \frac{2\sqrt{7}}{7 - (\sqrt{5} - \sqrt{2})^2} \\
 &= \frac{2(\sqrt{2} + \sqrt{5})}{2\sqrt{10}} + \frac{2\sqrt{7}}{2\sqrt{10}} \\
 &= \frac{\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{7}}{\sqrt{10}} \\
 &= \frac{2\sqrt{5} + 5\sqrt{2} + \sqrt{70}}{10} \quad \dots\dots (\text{答})
 \end{aligned}$$

2

解答

$$(1) \quad t = x^2 - 4x \text{ とおくと}$$

$$t = (x - 2)^2 - 4$$

$0 \leq x \leq 6$ より, t は $x = 6$ で最大値 12, $x = 2$ で最小値 -4 をとるから,
 $x^2 - 4x$ のとりうる値の範囲は

$$-4 \leq x^2 - 4x \leq 12 \quad \dots\dots (\text{答})$$

$$(2) \quad y = -t^2 + 8t - 8 = -(t - 4)^2 + 8$$

$-4 \leq t \leq 12$ であるから、 y は $t=4$ で最大値 8 をとる。

このとき、 $x^2 - 4x = 4$ であるから

$$x^2 - 4x - 4 = 0 \quad x = 2 \pm 2\sqrt{2}$$

$$0 \leq x \leq 6 \text{ より } x = 2 + 2\sqrt{2}$$

また、 y は $t = -4, 12$ で最小値 -56 をとる。

このとき、(1)より $x = 2, 6$

よって、 y は $x = 2 + 2\sqrt{2}$ で最大値 8、 $x = 2, 6$ で最小値 -56 をとる。

……(答)

3

解答

- (1) A から平面 BCD に下ろした垂線の足を H とすると、H は $\triangle BCD$ の重心である。BC の中点を M とすると、H は線分 DM 上にあり、 $DH : HM = 2 : 1$ である。DM $= 3\sqrt{3}$ であるから

$$DH = \frac{2}{3} DM = 2\sqrt{3}$$

$\triangle ADH$ で三平方の定理を用いて

$$AH = \sqrt{6^2 - (2\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{6}$$

求める体積を V とすると

$$V = \frac{1}{3} \triangle BCD \cdot AH = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 6^2 \cdot \sin 60^\circ \right) \cdot 2\sqrt{6} = 18\sqrt{2} \quad \dots\dots(\text{答})$$

- (2) 求める体積は

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot V = \frac{1}{9} V = 2\sqrt{2} \quad \dots\dots(\text{答})$$

- (3) $AP = 3, AQ = 4, AR = 2$ である。

$\triangle APQ$ で余弦定理を用いて

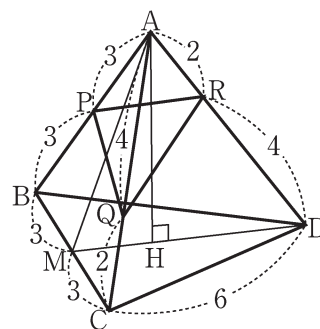
$$PQ^2 = 3^2 + 4^2 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cos 60^\circ = 9 + 16 - 12 = 13$$

$$PQ = \sqrt{13} \quad \dots\dots(\text{答})$$

$\triangle AQR$ で余弦定理を用いて

$$QR^2 = 4^2 + 2^2 - 2 \cdot 4 \cdot 2 \cos 60^\circ = 16 + 4 - 8 = 12$$

$$QR = 2\sqrt{3} \quad \dots\dots(\text{答})$$



△ARP で余弦定理を用いて

$$RP^2 = 2^2 + 3^2 - 2 \cdot 2 \cdot 3 \cos 60^\circ = 4 + 9 - 6 = 7$$

$$RP = \sqrt{7} \quad \dots\dots (\text{答})$$

(4) △PQR で余弦定理を用いて

$$\cos \angle QPR = \frac{RP^2 + PQ^2 - QR^2}{2 \cdot RP \cdot PQ}$$

$$= \frac{7 + 13 - 12}{2 \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{13}} = \frac{4}{\sqrt{91}}$$

$$\sin \angle QPR = \sqrt{1 - \frac{16}{91}} = \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{91}}$$

よって

$$\triangle PQR = \frac{1}{2} PQ \cdot PR \sin \angle QPR$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \sqrt{13} \cdot \sqrt{7} \cdot \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{91}} = \frac{5\sqrt{3}}{2} \quad \dots\dots (\text{答})$$

4

解答

(1) 睡眠時間との相関関係が最も強い行動は通勤・通学であり、そのときの相関係数の値は -0.7 である。……(答)

(2) 睡眠時間の最大値は 481 分、最小値は 454 分であるから、睡眠時間の範囲は

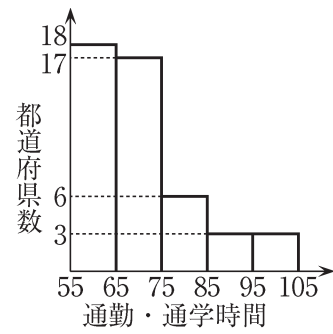
$$481 - 454 = 27 \text{〔分〕} \quad \dots\dots (\text{答})$$

通勤・通学時間の第 1 四分位数は短い方から 12 番目で 62 分、第 3 四分位数は長い方から 12 番目で 75 分であるから、通勤・通学時間の四分位範囲は

$$75 - 62 = 13 \text{〔分〕} \quad \dots\dots (\text{答})$$

(3) 通勤・通学時間の度数分布表、ヒストグラムは以下のようになる。

通勤・通学時間	都道府県数
55 分以上 65 分未満	18
65 分以上 75 分未満	17
75 分以上 85 分未満	6
85 分以上 95 分未満	3
95 分以上 105 分未満	3



(4) **A.** 負 **B.** やや強い **C.** 短く **D.** 変わらない **E.** 小さくなる