

数 学

1

解答

$$\begin{aligned} (1) \quad & x^6 - 19x^3 - 216 \\ &= (x^3 + 8)(x^3 - 27) \\ &= (x + 2)(x - 3)(x^2 - 2x + 4)(x^2 + 3x + 9) \quad \dots\dots (\text{答}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & \frac{5}{6} - \frac{7}{12} + \frac{9}{20} - \frac{11}{30} + \frac{13}{42} - \frac{15}{56} \\ &= \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) - \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{7}\right) - \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{8}\right) \\ &= \frac{1}{2} - \frac{1}{8} = \frac{3}{8} \quad \dots\dots (\text{答}) \end{aligned}$$

2

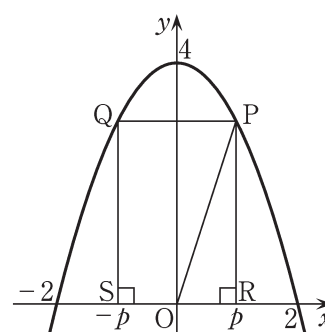
解答

(1) $P(p, -p^2 + 4)$ である。 $y = -x^2 + 4$ は y 軸に関して対称であるから、長方形 PRSQ も y 軸に関して対称である。周の長さを l とすると

$$\begin{aligned} l &= 2(PQ + PR) \\ &= 2(2p - p^2 + 4) \\ &= -2p^2 + 4p + 8 \\ &= -2(p - 1)^2 + 10 \end{aligned}$$

$0 < p < 2$ より、 $p = 1$ で l は最大値 10 をとる。このとき、 P の座標は $(1, 3)$ である。……(答)

$$\begin{aligned} (2) \quad & OP^2 = p^2 + (-p^2 + 4)^2 \\ &= p^4 - 7p^2 + 16 \end{aligned}$$



$$= \left(p^2 - \frac{7}{2}\right)^2 + \frac{15}{4}$$

$0 < p^2 < 4$ より, $p^2 = \frac{7}{2}$ すなわち $p = \frac{\sqrt{14}}{2}$ で OP は最小値 $\sqrt{\frac{15}{4}} = \frac{\sqrt{15}}{2}$ を

とる。このとき, P の座標は $\left(\frac{\sqrt{14}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ である。……(答)

3

解答

(1) 引いたくじは戻さないので

$$\frac{8}{10} \times \frac{7}{9} \times \frac{6}{8} = \frac{7}{15} \quad \dots\dots(\text{答})$$

(2) 1 人目だけが当たる, 2 人目だけが当たる, 3 人目だけが当たる場合の確率から

$$\frac{2}{10} \times \frac{8}{9} \times \frac{7}{8} + \frac{8}{10} \times \frac{2}{9} \times \frac{7}{8} + \frac{8}{10} \times \frac{7}{9} \times \frac{2}{8} = \frac{7}{15} \quad \dots\dots(\text{答})$$

(3) 青い色のくじを引かずに当たりを引く確率は

$$\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

青い色のくじを 1 本だけ引いて当たりを引く確率は

$$\frac{2}{10} \times \frac{2}{9} = \frac{2}{45}$$

青い色のくじを 2 本を引いて当たりを引く確率は

$$\frac{2}{10} \times \frac{1}{9} \times \frac{2}{8} = \frac{1}{180}$$

以上より, 求める確率は

$$\frac{1}{5} + \frac{2}{45} + \frac{1}{180} = \frac{45}{180} = \frac{1}{4} \quad \dots\dots(\text{答})$$

別解 青い色のくじは当たるかどうかに影響を与えないから除外して考えてよく, 1 人目が当たりを引く確率は

$$\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

4

解答

- (1) AC と BD の交点を M とすると, M は AC と BD の中点である。中線定理を用いて

$$AB^2 + AD^2 = 2(AM^2 + BM^2)$$

$$AB = 2, \quad AD = BC = 3, \quad AM = \frac{1}{2}AC, \quad BM = \frac{1}{2}BD \text{ を}$$

代入して

$$4 + 9 = 2\left(\frac{1}{4}AC^2 + \frac{1}{4}BD^2\right)$$

$$AC^2 + BD^2 = 26 \quad \cdots \cdots (\text{答})$$

- (2) 右図のように点 D, E, F をとる。以下, 単位は m である。

FE = x とおくと

$$BE = \sqrt{3}x, \quad DE = 300 + x$$

DE = $\sqrt{3}$ BE であるから

$$300 + x = 3x$$

$$x = 150$$

よって, 求める高さは

$$1.5 + \sqrt{3}x = 1.5 + 150\sqrt{3} \text{ [m]} \quad \cdots \cdots (\text{答})$$

