

選 択 問 題 紙

工学部（建築学科）

2024 年 2 月 9 日

11 : 50 ~ 12 : 50 (60分)

注 意 事 項

—— 注意事項は裏表紙にもある。問題紙を裏返して必ず読むこと。——

1. 解答用紙は問題紙の中に折り込まれている。

その他に計算用紙が1枚入っている。

解答する問題のページと解答用紙の色を下表で確認すること。

選択問題		ページ	解答用紙
物	理	2 ~ 5	紫 色
国	語	23 ~ 6	オレンジ色

2. 解答用紙は1枚だけ提出すること。2枚提出した場合にはすべて無効となる。
3. 解答はすべて解答用紙の指定された欄に記入すること。
4. 試験開始の合図があるまで問題紙を開いてはいけない。
試験終了まで退室してはいけない。
5. 受験番号の記入については裏表紙を参照すること。

物

1

I. 図 1 - a のように、質量 M 、長さ L の密度が一様な棒を水平面上に置き、棒の一端 B に軽い糸をつけ、糸を鉛直上向きに大きさ T_1 の力で引くと、棒はつりあって静止した。このとき、棒と水平のなす角は θ であった。また、水平面に接している方の棒の一端を A とする。重力加速度の大きさを g として、以下の問いに答えよ。

- (1) 点 A のまわりにおいて、糸の張力 T_1 による力のモーメントを T_1 , L , θ で表せ。
- (2) 点 A のまわりにおいて、棒にはたらく力のモーメントのつりあいの式を書け。
- (3) T_1 を求めよ。

次に、質量 M 、長さ L の密度が一様ではない棒を水平面上に置き、図 1 - a と同じ状況で、棒の一端 B に軽い糸をつけ、糸を鉛直上向きに大きさ T_2 の力で引くと、棒はつりあって静止した。

- (4) 点 A から棒の重心までの距離が $\frac{1}{3}L$ であるとき、 T_2 を求めよ。
- (5) このとき棒が水平面から受ける垂直抗力の大きさを M , g で表せ。

II. 図 1 - b のように、質量 M 、長さ L の密度が一様な棒を今度は粗い水平面上に置き、棒の一端 B に軽い糸をつけ、糸を大きさ T_3 の力で引くと、棒はつりあって静止した。このとき、棒と水平のなす角が α 、糸と水平のなす角が β であった。ここで、 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ 、 $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ とする。また、水平面に接している方の棒の一端を A とする。

- (6) 棒に沿った直線 AB と糸のなす角のうち $\frac{\pi}{2}$ より小さい方の角を α , β で表せ。
- (7) 点 A のまわりにおいて、糸の張力 T_3 による力のモーメントを T_3 , L , α , β で表せ。
- (8) 点 A のまわりにおいて、棒にはたらく力のモーメントのつりあいの式を書け。
- (9) T_3 を M , g , α , β で表せ。

次に、質量 M 、長さ L の密度が一様ではない棒を用いて、図 1 - b と同じ状況で、 $\beta = \frac{\pi}{6}$ として大きさ $\frac{1}{2}Mg$ の力で糸を引くと、棒はつりあって静止した。

- (10) 点 A から棒の重心までの距離が $\frac{1}{6}L$ であるとき、 $\tan \alpha$ を求めよ。

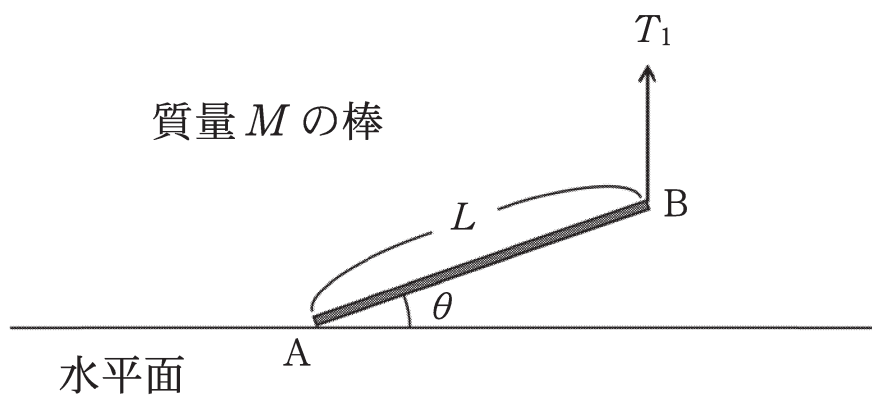


図 1 - a

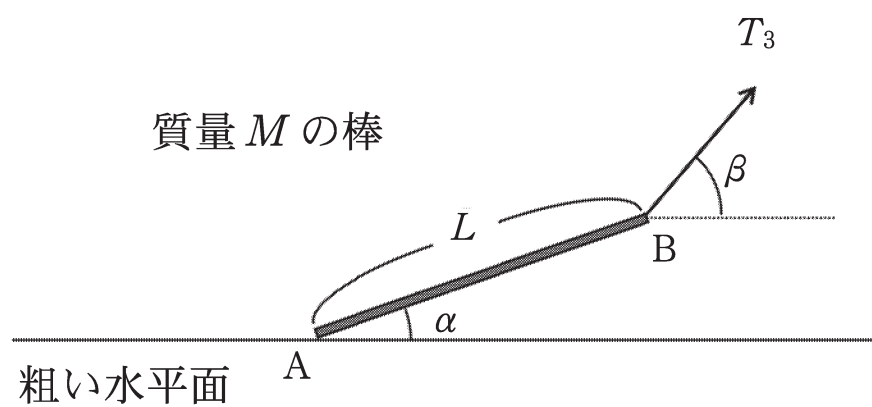


図 1 - b

物

2

地球の中心 O の周りを等速円運動をする人工衛星がある。以下のように、人工衛星を加速することで、人工衛星を地表すれすれの半径 R の円軌道から、点 O を中心とする半径 $3R$ の円軌道に移したい。文中の空欄を適切な数式で埋めよ。なお、人工衛星の初めの質量を m 、地球の質量を M 、地球の半径を R 、万有引力定数を G 、地表での重力加速度の大きさを g とする。地球が及ぼす万有引力の大きさは、地球の全質量が中心 O に集まったときに及ぼす万有引力の大きさに等しいものとする。人工衛星は質点とみなし、空気抵抗は無視する。

I. 地表に置いた人工衛星について考える。人工衛星と地球が及ぼしあう万有引力の大きさは G 、 M 、 m 、 R を用いて $\boxed{(1)}$ と書ける。この万有引力の大きさが地表にある人工衛星にはたらく重力の大きさ mg に等しいとみなせるので、万有引力定数 G は g 、 M 、 R を用いて $\boxed{(2)}$ と表すことができ、この関係はⅡ以降で使用する。

Ⅱ. 図 2 - a のように地表すれすれの半径 R の円軌道を速さ v_1 で等速円運動をしている人工衛星について考える。等速円運動の運動方程式より、速さ v_1 は R 、 g を用いて $\boxed{(3)}$ となる。このときの人工衛星の周期は R 、 g を用いて $\boxed{(4)}$ となる。

次に図 2 - b のように人工衛星を半径 R の円軌道から、楕円軌道を経由して、点 O を中心とする半径 $3R$ の円軌道に移すことを考える。この楕円軌道は点 A と点 B で 2 つの円軌道と接している。

Ⅲ. 地表すれすれの半径 R の円軌道上にある点 A で人工衛星はガスを噴射し、運動方向に瞬間的に加速した結果、人工衛星の質量は m' となり、地球の中心 O を 1 つの焦点とし、線分 AB を長軸とする楕円軌道に移った。地球の中心 O から無限に遠い点を万有引力による位置エネルギーの基準点に選ぶ。点 A で人工衛星がもつ万有引力による位置エネルギーは g 、 m' 、 R を用いて $\boxed{(5)}$ と書ける。点 A で加速した直後の人工衛星の速さを v_2 とすると、点 A での人工衛星の力学的エネルギーは g 、 m' 、 R 、 v_2 を用いて $\boxed{(6)}$ と書ける。楕円軌道上にある点 B を通過したときの人工衛星の速さを v_3 とすると、点 B での人工衛星の力学的エネルギーは g 、 m' 、 R 、 v_3 を用いて $\boxed{(7)}$ と書ける。このとき力学的エネルギー保存則より $(6) = (7)$ が成り立つ。また面積速度一定の法則を用いると、楕円軌道を運動する人工衛星の速さについて $v_2 = 3v_3$ が成り立つので、 v_3 は R 、 g を用いて $\boxed{(8)}$ となる。

Ⅳ. 楕円軌道上の点 B で人工衛星はガスを噴射し、運動方向に瞬間的に加速した結果、半径 $3R$ の円軌道を速さ v_4 で等速円運動をするようになった。このときの人工衛星の速さ v_4 は R 、 g を用いて $\boxed{(9)}$ となり、その周期は R 、 g を用いて $\boxed{(10)}$ となる。

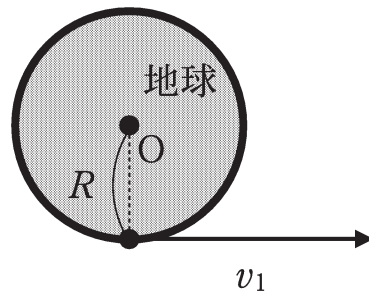


图 2 - a

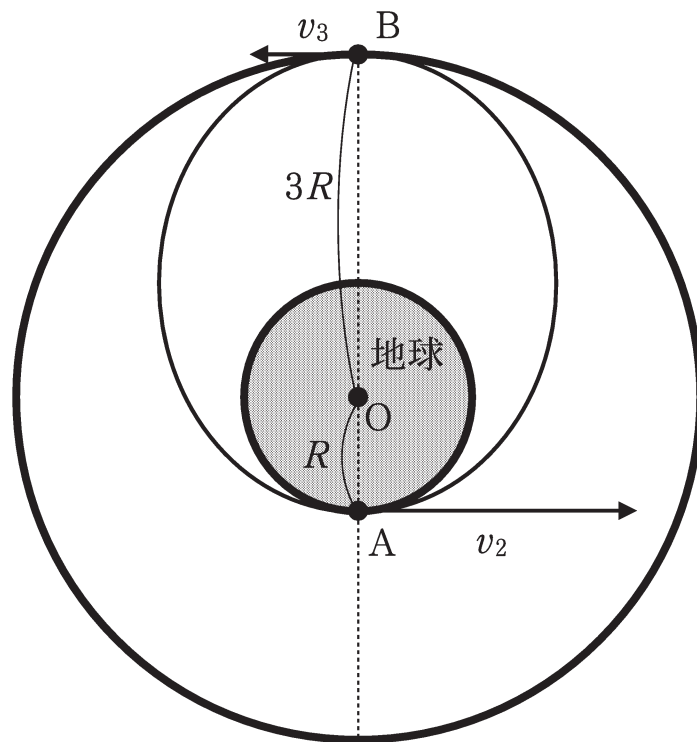


图 2 - b

(こ の ペ ー ジ は 白 紙 で す)