

数

1 (必須)

次の各問いに答えよ。

- (1) 2次方程式 $x^2 - 11 + 4\sqrt{7} = 0$ を解け。ただし、解に根号が含まれるとき、根号の中は有理数とすること。
- (2) 2直線 $y = x$, $y = x + m$ と放物線 $y = x^2$ の共有点を結んでできる四角形の面積を求めよ。
ただし、 $m > 0$ とする。
- (3) 円に内接する四角形 ABCD において、

$$AB = 3, BC = 2, AC = 4, AD = 4$$

とする。また、AC と BD の交点を P とし、三角形 ABP の面積を S_1 、三角形 ADP の面積を S_2 とする。このとき、CD および $\frac{S_1}{S_2}$ を求めよ。

2 (選択)

放物線 $C: y = x^2$ 上の点 $A(a, a^2)$ における接線を ℓ_1 とする。点 A を通り ℓ_1 に垂直な直線が放物線 C と交わる点を点 $B(b, b^2)$ とする。点 B における放物線 C の接線を ℓ_2 とし、 ℓ_1 と ℓ_2 の交点を点 P とする。ただし、 a, b は、 $a > 0$ 、および $a \neq b$ を満たす実数とする。

- (1) b を a で表せ。
- (2) 点 P の座標を a で表せ。
- (3) 放物線 C 、 x 軸、および直線 $x = a$ で囲まれた図形の面積を S_1 とし、放物線 C 、 x 軸、および直線 $x = b$ で囲まれた図形の面積を S_2 とする。 S_2 が S_1 の 8 倍となる a の値を求めよ。

数

3 (選択)

教師 3 人と生徒 4 人の計 7 人の並び方について、次の問い合わせに答えよ。

- (1) 7 人が 1 列に並ぶとき、教師同士が隣り合わずかつ生徒同士も隣り合わない並び方は何通りあるか。また、7 人が 1 列に並ぶとき、教師 3 人が続いて並ぶような並び方は何通りあるか。
- (2) 7 人が 1 列に並ぶとき、教師 3 人のうち 2 人だけが隣り合う並び方は何通りあるか。
- (3) 7 人のうち 3 人が 1 つの輪の形に並び、残りの 4 人がもう 1 つの輪の形に並ぶ。このとき、教師 3 人が同じ輪の中で続いて並ぶような並び方は何通りあるか。ただし、回転すると一致する並び方は同じ並び方とする。

4 (選択)

6 を分母とするすべての正の既約分数を小さい順に並べてできる数列を $\{a_n\}$ とする。このとき、次の問い合わせに答えよ。ただし、 $n = 1, 2, 3, \dots$ とする。

- (1) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。
- (2) $a_n \leq 50$ を満たす最大の n を求めよ。
- (3) 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ。