

数**1** (必須)

次の各問いに答えよ。

(1) 放物線 $y = x^2 - 4ax$ を x 軸方向に a だけ平行移動した放物線 $C: y = f(x)$ について、 C の頂点の座標を a を用いて表せ。また、 $\frac{1}{3}a \leq x \leq \frac{19}{3}a$ における $f(x)$ の最大値とそのときの x の値をそれぞれ a を用いて表せ。ただし、 a は $a > 0$ を満たす定数とする。

(2) 三角形 ABC において、 $AB = 3$, $BC = \sqrt{17}$, $\tan A = 2\sqrt{2}$ のとき、 $\cos A$ の値と辺 CA の長さを求めよ。

(3) 次の 4 個の値からなるデータの平均値は 3 である。

$$-y + 2, \quad 4, \quad x^2 - 4x - 7, \quad y + 1$$

このとき、 x の値をすべて求めよ。また、このデータの分散が $\frac{7}{2}$ 以下となるような y の値の範囲を求めよ。ただし、 x, y は実数とする。

2 (必須)

次の各問いに答えよ。

(1) a を正の実数とし、 $(x + ay)^7$ を展開したときの x^3y^4 の係数を A 、 xy^6 の係数を B とする。
このとき、 $2A = B$ となるような a の値を求めよ。

(2) 次の連立不等式の表す領域を図示せよ。

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x - 2y < -1 \\ y > -x + 1 \end{cases}$$

(3) 関数 $y = -\cos 2x - \sin^2 x + \cos x$ ($0 \leq x \leq \pi$) の最大値、最小値とそのときの x の値を求めよ。

数**3** (選択)

関数 $f(x) = \log(x + e)$ について, 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(e, f(e))$ における接線を l とする。
このとき, 次の問いに答えよ。

- (1) l の方程式を求めよ。
- (2) 不定積分 $\int \log(x + e)dx$ を求めよ。
- (3) 曲線 $y = f(x)$, 接線 l および y 軸で囲まれた図形の面積 S を求めよ。

4 (選択)

男性教師 1 人，女性教師 1 人，男子生徒 4 人，女子生徒 4 人の合計 10 人が 10 人用の円卓を囲んで等間隔に座るとき，次の問いに答えよ。ただし，回転すると一致する座り方は同じ座り方とする。

- (1) 教師 2 人が隣り合う座り方の総数 a と，教師 2 人が隣り合いかつ男女が交互に並ぶ座り方の総数 b を求めよ。
- (2) 教師 2 人が向かい合う座り方の総数 c と，教師 2 人が向かい合いかつ同性 5 人が続いて並ぶ座り方の総数 d を求めよ。
- (3) 男性教師の両隣に男子生徒が並び，かつ女性教師の両隣に女子生徒が並ぶ座り方の総数を求めよ。

数**5** (選択)

数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とする。また、数列 $\{a_n\}$ は

$$S_n = \frac{1}{2}a_n + 101n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たすとする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) a_1 を求めよ。
- (2) a_{n+1} を a_n を用いて表せ。
- (3) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。また、 S_{20} を求めよ。