

数学

1 (必須)

次の各問いに答えよ。

(1) 三角形 ABC において, $AB = 3$, $BC = \sqrt{17}$, $\tan A = 2\sqrt{2}$ のとき, $\cos A$ の値と辺 CA の長さを求めよ。

(2) 次の 4 個の値からなるデータの平均値は 3 である。

$$-y + 2, \quad 4, \quad x^2 - 4x - 7, \quad y + 1$$

このとき, x の値をすべて求めよ。また, このデータの分散が $\frac{7}{2}$ 以下となるような y の値の範囲を求めよ。ただし, x, y は実数とする。

(3) 1 等が 1 本, 2 等が 2 本, 3 等が 3 本の当たりくじが 6 本と, はずれくじが 6 本の合計 12 本のくじが箱に入っている。この箱の中から同時に 3 本のくじを引くとき, 少なくとも 1 本は当たりくじが含まれる確率 p_1 を求めよ。また, この箱の中から同時に 3 本のくじを引くとき, 3 本とも当たりくじであり, かつ当たりくじの中に 2 等と 3 等の両方が含まれる確率 p_2 を求めよ。

2 (必須)

放物線 $y = x^2 - 4ax$ を x 軸方向に a だけ平行移動した放物線 $C: y = f(x)$ と、関数 $g(x) = |f(x)|$ について、次の問いに答えよ。ただし、 a は $a > 0$ を満たす定数とする。

- (1) C の頂点の座標を求めよ。また、 C と x 軸の共有点の x 座標をすべて求めよ。
- (2) $\frac{1}{3}a \leq x \leq \frac{19}{3}a$ における $g(x)$ の最大値とそのときの x の値を求めよ。
- (3) $0 \leq x \leq 6$ における $g(x)$ の最大値とそのときの x の値を求めよ。

数

3 (選択)

男性教師 1 人，女性教師 1 人，男子生徒 4 人，女子生徒 4 人の合計 10 人が 10 人用の円卓を囲んで等間隔に座るとき，次の問いに答えよ。ただし，回転すると一致する座り方は同じ座り方とする。

- (1) 教師 2 人が隣り合う座り方の総数 a と，教師 2 人が隣り合いかつ男女が交互に並ぶ座り方の総数 b を求めよ。
- (2) 教師 2 人が向かい合う座り方の総数 c と，教師 2 人が向かい合いかつ同性 5 人が続いて並ぶ座り方の総数 d を求めよ。
- (3) 男性教師の両隣に男子生徒が並び，かつ女性教師の両隣に女子生徒が並ぶ座り方の総数を求めよ。

4 (選択)

2 つの関数 $f(x)$ と $g(x)$ は，次の条件を満たす。

$$f(x) = 20x^3 - 2x \int_0^1 f(t) dt + 2 \int_0^1 tf(t) dt,$$
$$\int_a^x g(t) dt = 4x^2 + 14ax - 9a$$

このとき，次の問いに答えよ。ただし， a は $a > 0$ を満たす定数とする。

- (1) a の値と $g(x)$ を求めよ。
- (2) $f(x)$ を求めよ。
- (3) $x \leq 0$ において，関数 $y = f(x)$ のグラフと関数 $y = g(x)$ のグラフで囲まれた図形の面積 S を求めよ。

5 (選択)

数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とする。また，数列 $\{a_n\}$ は

$$S_n = \frac{1}{2}a_n + 101n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たすとする。このとき，次の問いに答えよ。

- (1) a_1 を求めよ。
- (2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。
- (3) S_n を n を用いて表せ。また， S_{19} を求めよ。