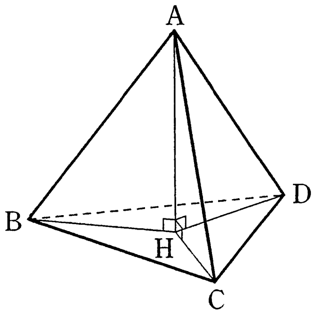
# 数

**1** （必須）

次の各問いに答えよ。

(1) $m$ は定数とする。放物線 $y = x^2 - 4x + 3m^2$ を $x$ 軸方向に $m$，$y$ 軸方向に $m$ だけ平行移動して得られる放物線 $C$ の頂点の座標を $m$ を用いて表せ。また，$C$ と $x$ 軸の共有点が 2 個になるような $m$ の範囲を求めよ。

(2) 正四面体 ABCD において，三角形 BCD の外接円の半径が $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$ である。頂点 A から三角形 BCDへ下ろした垂線を AH とするとき，三角形 BCD の面積 $S$ を求めよ。また，正四面体 ABCD の体積 $V$ を求めよ。




(3) 電車かバス，あるいは電車とバスの両方を利用している合計20人の生徒にテストを行ったところ，電車を利用している全15人のテストの得点データの平均値は 9，分散は18，バスを利用している全10人の得点データの平均値は 6，分散は12，電車とバスの両方を利用している全 5 人の得点データの平均値は 7，分散は16であった。20人全体の得点データの平均値と分散を求めよ。ただし，電車とバスを両方とも利用していない生徒はいない。

**2** （必須）

次の各問いに答えよ。

(1) $a > 0$ とする。$a^{\frac{3}{4}} + a^{-\frac{3}{4}} = 10$ のとき，$a^{\frac{3}{2}} + a^{-\frac{3}{2}}$ と $a^3 + a^{-3}$ の値を求めよ。

(2) 2 つの曲線 $y = -3x^2 + 5x + 2$ と $y = -4x^2 + 8x + 6$ で囲まれた図形の面積 $S$ を求めよ。

(3) $0 \leqq x < 2\pi$ のとき，不等式 $\sqrt{3}\sin 2x - \cos 2x < 1$ を解け。

数Ⅲ

**3** （選択）

$f(x)=xe^{-x}$ とする。正の実数 $t$ に対して, $I(t)=\int_0^t f(x)dx$ とおくとき, 次の問いに答えよ。

⑴ $I(t)$ を $t$ で表せ。

⑵ $\lim_{x\to\infty} f(x)$ を求めよ。ただし, 必要ならば $x \geqq 0$ のとき $e^x \geqq 1+x+\dfrac{x^2}{2}$ が成り立つことを用いてもよい。

⑶ $\lim_{t\to\infty} I(t)$ を求めよ。

**4** (選択)

1 個のさいころを連続して投げて出た目を要素とする集合をつくる。ただし，同じ目が複数回出た場合は一つの要素とする。たとえば，1 個のさいころを 6 回投げて，3，6，1，3，6，3 という目が出た場合，集合は $\{1,\ 3,\ 6\}$ となる。

集合 $A$ は 1 個のさいころを 2 回投げて出た目を要素としてつくられた集合であり，集合 $B$ は 1 個のさいころを 3 回投げて出た目を要素としてつくられた集合である。このとき，次の問いに答えよ。

(1) 集合 $A$ の要素の個数が 2 個になる確率 $p_1$ を求めよ。また，$1 \in A$ または $2 \in A$ となる確率 $p_2$ を求めよ。

(2) 集合 $B$ の要素の個数が 2 個になる確率 $q_1$ を求めよ。

(3) 集合 $B$ の要素の個数が 3 個になる確率 $q_2$ を求めよ。

数 III

**5** （選択）

O を原点とする座標平面において，3 つの頂点のうち 2 つが A$(0,\ 2)$，B$(-2,\ 0)$ であり，$\angle \mathrm{BAC} = 90^\circ$ である直角三角形 ABC を考える。直角三角形 ABC は $|\overrightarrow{\mathrm{AC}}| = 3|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|$ を満たし，頂点 C の $y$ 座標は負とする。頂点 B，C を通る直線に関して，頂点 A と対称な位置にある点を D とするとき，次の問いに答えよ。

⑴ $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$，$\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ の成分表示を求めよ。

⑵ $\overrightarrow{\mathrm{BC}}$ の成分表示を求めよ。また，線分 AD と辺 BC との共有点を E とするとき，$\overrightarrow{\mathrm{BE}}$ の成分表示を求めよ。

⑶ $\overrightarrow{\mathrm{OD}}$ の成分表示を求めよ。