

# 数学

## 1 (必須)

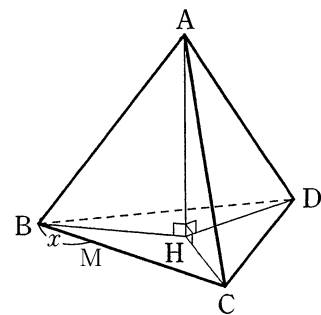
次の各問いに答えよ。

- (1)  $m$  は定数とする。放物線  $y = x^2 - 4x + 3m^2$  を  $x$  軸方向に  $m$ ,  $y$  軸方向に  $m$  だけ平行移動して得られる放物線  $C$  の頂点の座標を  $m$  を用いて表せ。また,  $C$  と  $x$  軸の共有点が 2 個になるような  $m$  の範囲を求めよ。
- (2) 男子生徒 4 人, 女子生徒 3 人の合計 7 人の生徒を次のようにする方法はそれぞれ何通りあるか求めよ。ただし, ① と ② のいずれの場合もすべての組に女子生徒がいるようにする。  
① 3 人, 2 人, 2 人の 3 組に分ける。      ② 4 人, 3 人の 2 組に分ける。
- (3) 電車かバス, あるいは電車とバスの両方を利用している合計 20 人の生徒にテストを行ったところ, 電車を利用している全 15 人のテストの得点データの平均値は 9, 分散は 18, バスを利用している全 10 人の得点データの平均値は 6, 分散は 12, 電車とバスの両方を利用している全 5 人の得点データの平均値は 7, 分散は 16 であった。20 人全体の得点データの平均値と分散を求めよ。ただし, 電車とバスを両方とも利用していない生徒はいない。

2 (必須)

正四面体 ABCD において、三角形 BCD の外接円の半径が  $\frac{4\sqrt{3}}{3}$  である。頂点 A から三角形 BCD へ下ろした垂線を AH とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) 三角形 BCD の面積  $S_1$  を求めよ。また、正四面体 ABCD の体積  $V$  を求めよ。
- (2) 辺 BC 上に  $BM = x$  となる点 M をとり、 $\angle AMD = \theta$  とするとき、 $\cos \theta$  を  $x$  を用いて表せ。
- (3) 上の (2) で  $x = 1$  の場合に、三角形 AMD の面積  $S_2$  を求めよ。



# 数

## 3 (選択)

1個のさいころを連続して投げて出た目を要素とする集合をつくる。ただし、同じ目が複数回出た場合は一つの要素とする。たとえば、1個のさいころを6回投げて、3, 6, 1, 3, 6, 3という目が出た場合、集合は  $\{1, 3, 6\}$  となる。

集合  $A$  は1個のさいころを2回投げて出た目を要素としてつくられた集合であり、集合  $B$  は1個のさいころを3回投げて出た目を要素としてつくられた集合である。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 集合  $A$  の要素の個数が2個になる確率  $p_1$  を求めよ。また、 $1 \in A$  または  $2 \in A$  となる確率  $p_2$  を求めよ。
- (2) 集合  $B$  の要素の個数が2個になる確率  $q_1$  と、要素の個数が3個になる確率  $q_2$  をそれぞれ求めよ。
- (3)  $1 \in B$  または  $2 \in B$  となる確率  $q_3$  を求めよ。

## 4 (選択)

関数  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 3$  について、次の問いに答えよ。

- (1) 関数  $f(x)$  の極大値と極小値を求めよ。
- (2) 直線  $y = ax + 3$  と曲線  $C: y = f(x)$  が異なる3点  $P(0, 3)$ ,  $Q(b, f(b))$ ,  $R(c, f(c))$  ( $0 < b < c$ ) で交わるものとする。このとき、定数  $a$  のとる値の範囲を求めよ。
- (3) 上の(2)の場合において、線分  $PQ$  と曲線  $C$  で囲まれた図形の面積  $S_1$  と、線分  $QR$  と曲線  $C$  で囲まれた図形の面積  $S_2$  が等しくなるような  $a$  の値を求めよ。

## 5 (選択)

初項1, 公比  $\frac{1}{2}$  の等比数列を  $\{a_n\}$  とする。

また、 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ ,  $T_n = \sum_{k=1}^n S_k$ ,  $U_n = S_n + T_n$  とする。

このとき、次の問いに答えよ。ただし、 $n = 1, 2, 3, \dots$  とする。

- (1)  $S_n$  を求めよ。
- (2)  $U_n$  を求めよ。
- (3)  $\sum_{k=1}^n \frac{1}{\sum_{\ell=1}^k U_\ell}$  を求めよ。