

お詫びと訂正

2024年版 大学入試シリーズ『筑波大学（推薦入試）』におきまして、内容の一部に誤りがございました。訂正箇所をお知らせいたしますとともに、謹んでお詫び申し上げます。

教学社編集部

記

○2023年度 理工学群 数学類 問題Ⅱ(3) 解答 111ページ
正しい解答は以下のようになります。

(3) 円 B と(1)の円 C の接点は、点 (a, b) と点 $(5, 0)$ を結ぶ線分を $(5a-14) : 1$ の比に内分する点であるから、その x 座標は

$$\frac{1 \cdot a + (5a-14) \cdot 5}{(5a-14) + 1} = \frac{26a-70}{5a-13} = \frac{26}{5} - \frac{\frac{12}{5}}{5a-13}$$

ここで、 $5a-13 \geq 2$ より $0 < \frac{\frac{12}{5}}{5a-13} \leq \frac{\frac{12}{5}}{2} = \frac{6}{5}$

であるから $4 \leq \frac{26a-70}{5a-13} < \frac{26}{5}$

したがって、円 B と(1)の円 C の接点の x 座標が動く範囲は

$$4 \leq x < \frac{26}{5} \quad \dots\dots(\text{答})$$

正しい解答は以下のようになります。

(3) k を 2 以上の整数, n を十分大きい整数とする。

$$\frac{1}{a_{k+1}} - \frac{1}{a_k} = \frac{1}{k - a_k}$$

(1)より, $0 < a_k < 1$ であるから $\frac{1}{k} < \frac{1}{k - a_k} < \frac{1}{k - 1}$

よって, $\frac{1}{k} < \frac{1}{a_{k+1}} - \frac{1}{a_k} < \frac{1}{k - 1}$ が成り立つ。

$k = 2, 3, \dots, n - 1$ として各辺の和をとると

$$\sum_{k=2}^{n-1} \frac{1}{k} < \sum_{k=2}^{n-1} \left(\frac{1}{a_{k+1}} - \frac{1}{a_k} \right) < \sum_{k=2}^{n-1} \frac{1}{k-1} = \sum_{k=2}^{n-1} \frac{1}{k} + 1 - \frac{1}{n-1}$$

よって, $\sum_{k=2}^{n-1} \frac{1}{k} < \frac{1}{a_n} - \frac{1}{a_2} < \sum_{k=2}^{n-1} \frac{1}{k} + 1 - \frac{1}{n-1}$ ……① が成り立つ。

ここで, $k < x < k + 1$ のとき右図より

$$\int_k^{k+1} \frac{1}{x} dx < \frac{1}{k} < \int_k^{k+1} \frac{1}{x-1} dx$$

$k = 2, 3, \dots, n - 1$ として各辺の和をとると

$$\sum_{k=2}^{n-1} \int_k^{k+1} \frac{1}{x} dx < \sum_{k=2}^{n-1} \frac{1}{k} < \sum_{k=2}^{n-1} \int_k^{k+1} \frac{1}{x-1} dx$$

$$\sum_{k=2}^{n-1} \int_k^{k+1} \frac{1}{x} dx = \int_2^n \frac{1}{x} dx = [\log x]_2^n$$

$$= \log n - \log 2$$

$$\sum_{k=2}^{n-1} \int_k^{k+1} \frac{1}{x-1} dx = \int_2^n \frac{1}{x-1} dx = [\log(x-1)]_2^n = \log(n-1)$$

よって

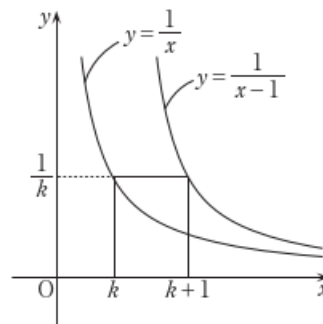
$$\log n - \log 2 < \sum_{k=2}^{n-1} \frac{1}{k} < \log(n-1)$$

$$\log n - \log 2 < \sum_{k=2}^{n-1} \frac{1}{k} < \log n \quad (\log(n-1) < \log n \text{ より})$$

①より

$$\log n - \log 2 < \frac{1}{a_n} - \frac{1}{a_2} < \log n + 1 - \frac{1}{n-1}$$

が成り立つので, 各辺に $\frac{1}{\log n}$ (> 0) をかけて整理すると



$$1 - \frac{\log 2}{\log n} + \frac{1}{a_2 \log n} < \frac{1}{a_n \log n} < 1 + \frac{1}{\log n} - \frac{1}{(n-1) \log n} + \frac{1}{a_2 \log n}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{\log 2}{\log n} + \frac{1}{a_2 \log n} \right) = 1$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ 1 + \frac{1}{\log n} - \frac{1}{(n-1) \log n} + \frac{1}{a_2 \log n} \right\} = 1$$

であるから、はさみうちの原理より

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{a_n \log n} = 1$$

よって

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \log n = 1 \quad \dots\dots (\text{答})$$

以上